LISTE DES COMMUNICATIONS AFFICHÉES

AG ALMOULOUD Saddo
Développement de la pensée statistique et la mobilisation de registres de représentation sémiotique

BARRY Souleymane
Initier à la modélisation mathématique en classe de 6^{e} : une rencontre entre didactique praticienne et didactique de recherche pour éclairer un enjeu de la profession

CHENEVOTOT Françoise, GALISSON Marie-Pierre, LECLERCQ Régis & MANGIANTE Christine
Une étude du développement professionnel de professeurs de mathématiques débutants

COUSIN Marion
Enseignement de la géométrie durant le début de l'époque Meiji (1868-1912) au Japon

COUTAT Sylvia
La géométrie dynamique comme milieu pour la démarche d'investigation en mathématiques à l'école primaire ?

GARDES Marie-Line
Étude de processus de recherche d'élèves, étudiants et chercheur confrontés à la résolution d'un problème ouvert en arithmétique.

GBAGUIBI Florent
Quelques propositions pour des apprentissages plus féconds en mathématiques dès le collège au Bénin

NGUYEN THI Nga
Une étude didactique de la modélisation mathématique des phénomènes périodiques

NJOMGANG NGANSOP Judith
Enseignement des mathématiques à la transition Lycée/Université au Cameroun : questions de logique et langage

ZSIDO Julianna & DURAND-GUERRIER Viviane
Math-Bridge, une plate-forme multilingue

DÉVELOPPEMENT DE LA PENSÉE STATISTIQUE ET LA MOBILISATION DE REGISTRES DE REPRÉSENTATION SÉMIOTIQUE

AG ALMOULOUD Saddo

Nous discutons dans cette communication les résultats partiels d'un projet sur l´enseignement et l´apprentissage de la statistique et la probabilité. Nous esquissons le contexte de l'enseignement de la Statistique au niveau de l´enseignement de base au Brésil, officiellement suggéré depuis 1997, à partir de la divulgation des Paramètres Curriculaires Nationaux (BRÉSIL, 1997, 1998). Nous disons « officiellement », car dans certains états brésiliens, ce contenu était déjà envisagé, selon Lopes (1998).

Le guide du Programme National des manuels scolaires de l´Enseignement Fondamental indique que les manuels scolaires destinés à l'enseignement de base consacrent environ 7% du total de la collection au bloc réservé aux contenus « Traitement l´Information » (BRÉSIL, 2007). Ce bloc est constitué de la Statistique, la Probabilité et du dénombrement. Nous notons aussi que l'organisation didactique proposée par la plupart des manuels scolaires, est centrée sur le calcul, la lecture de graphiques (simple lecture des étiquettes et/ou des axes), sans aucune discussion orientée vers une analyse liée au contexte de la situation en jeu (FRIOLANI, 2007 ; SIMONE NETO, 2008). Nous pensons que l´organisation didactique proposée, en général, par les manuels scolaires n'est pas suffisante pour la construction de connaissances statistiques par les élèves et que les enseignants qui sont aujourd'hui en exercice présentent de graves lacunes dans leur formation statistique. Nous considérons aussi, d´après Lajolo (1996), que les manuels scolaires sont une ressource importante pour la formation continue de l'enseignant, mais ceux-ci ne semblent pas avoir l´impact escompté. À partir de ces constats, nous nous posons la question suivante : comment ces enseignants peuvent-ils aider leurs élèves dans la construction de la pensée statistique ?

L´objectif de cette communication est l´étude des relations entre l'utilisation de divers registres de représentation sémiotique et le développement de la pensée statistique. Plus spécifiquement, nous étudions le processus par lequel l'enseignant de collège construit ses savoirs face à des situations mettant en jeu des contenus de la Statistique Descriptive et l´articulation de différents registres de représentation sémiotique, plus spécifiquement, l'utilisation de différentes représentations graphiques dans l´environnement informatique et/ou papier/crayons. La construction, l'analyse et l'expérimentation des situations de formation, tant des enseignants, que de leurs élèves respectifs, suivent les principes de l'Ingénierie Didactique, la Théorie des Situations Didactiques et la notion de registres de représentation sémiotique.

Les résultats de cette recherche ont montré que les enseignants restent encore au niveau culturel, ce qui nous amène à faire l´hypothèse qu´un travail mettant en jeu l´étude uniquement des tableaux et des graphiques n'est pas suffisant pour provoquer l'évolution de ces enseignants au niveau de l´alphabétisation en statistique.

BIBLIOGRAPHIE

BRASIL, Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais 3: Matemática (1ª a 4ª séries).** Brasília: MEC/SEF, 1997

_____. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais 3: Matemática (5ª a 8ª séries).** Brasília: MEC/SEF, 1998

_____, Ministério da Educação. **Guia de livros didáticos PNLD 2008**. Brasília: MEC, 2007.

FRIOLANI, L. C**. O pensamento estocástico nos livros didáticos do Ensino Fundamental**. 2007. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade de São Paulo, São Paulo, 2007.
Disponível em: http://www.pucsp.br/pos/edmat. Acesso em 30/03/2010.

DUVAL, R. **L** Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão da matemática. In: MACHADO, S. D. A. (Org.).

Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica. Campinas: Papirus, 2003. p.11-33.

Retour à la liste

INITIER À LA MODÉLISATION MATHÉMATIQUE EN CLASSE DE 6E : UNE RENCONTRE ENTRE DIDACTIQUE PRATICIENNE ET DIDACTIQUE DE RECHERCHE POUR ÉCLAIRER UN ENJEU DE LA PROFESSION

BARRY Souleymane
Département des sciences de l'éducation
Université du Québec à Chicoutimi

Introduction

L'étude qui nous servira d'appui s'inscrit dans le modèle de la recherche collaborative (Bednarz et al., 2001) qui dès ses débuts a eu et continue d'avoir comme préoccupation une prise en compte des perspectives des praticiens enseignants dans les recherches en didactiques des mathématiques. Dans cette présentation, nous proposons une entrée en matière dans la réflexion sur les problèmes de la profession enseignante par une illustration du regard croisé enseignant/chercheur sur le processus de modélisation (un exemple de problématique d'apprentissage et d'enseignement, mais également un enjeu curriculaire actuel qui est fort).

1. Faire se rencontrer didactique praticienne et didactique de recherche

À la suite de Martinand (1992), nous employons le concept de *didactique praticienne* pour désigner le *savoir-enseigner* explicité en contexte par les praticiens enseignants, et le concept de *didactique critique et prospective* pour faire référence à la didactique incarnée par les didacticiens chercheurs (dans la suite, nous associons cette dernière didactique à la didactique de recherche). Au-delà de l'invitation de Martinand à tenir compte de ces didactiques (nous n'abordons pas ici la didactique normative aussi convoquée par Martinand dans sa réflexion) dans la formation des enseignants, dans le projet doctoral (achevé) dont nous présenterons quelques résultats, nous avons essayé de faire se rencontrer didactique praticienne et didactique de recherche à propos de l'initiation au processus de modélisation mathématique en classe de 6e. Une telle approche postule d'emblée un terrain commun entre praticiens enseignants et didacticiens chercheurs, celui de la double vraisemblance (Dubet, 1994), et ce, pour faire avancer les connaissances sur les questions qui se posent aux uns et aux autres en lien avec l'apprentissage et l'enseignement des mathématiques. La question centrale à laquelle nous avons essayé de répondre est celle-ci : quel regard nouveau peut-on porter sur le processus de modélisation lorsqu'enseignant et chercheur croisent leurs perspectives?

2. Des ressources croisées renvoyant à la didactique praticienne et à la didactique de recherche

Une analyse émergente inspirée de la théorisation ancrée (Glaser et Strauss, 1967; Strauss et Corbin, 1998), nous a permis de caractériser les ressources mobilisées par enseignant et chercheur dans l'élaboration de scénarios d'enseignement exploitant des problèmes de dénombrement et visant le développement du processus de modélisation en classe de 6e. Ces ressources sont de deux sortes : des ressources *interprétatives* dans la lecture des aspects abordés dans la co-construction, et des ressources *d'action* lorsque les deux se placent dans une perspective d'intervention, d'action. Ces ressources, avons-nous pu montrer, non seulement sont des ressources croisées (un croisement ici non dichotomique : des lectures en accord ou opposées, mais également nuançant l'une ou l'autre; des ressources ou bien imbriquées, en écho, ou en désaccord), mais surtout renvoient à deux cadres de référence (une didactique praticienne dans le cas de l'enseignant et une didactique de recherche dans celui du chercheur) qui s'explicitent (de part et d'autre, par des connaissances, rationnelles, voire des perspectives didactiques différentes mais complémentaires) et évoluent (fait intéressant) dans l'interaction. Ainsi, le regard nouveau sur le processus de modélisation amené par ce croisement éclaire, entre autres, sur l'importance de la mise en place d'une culture de modélisation dans la classe (Tanner et Jones, 1994), l'introduction de routines d'appui au processus de modélisation (un éclairage, mentionnons-le, prenant appui sur le cadre de référence explicité par l'enseignant), sur la *modélisation émergente* (Gravemiejer, 2007) comme processus préparatoire et plus approprié à une introduction à l'exigeante modélisation mathématique (surtout au début du secondaire).

Conclusion : des problèmes qui se posent à la profession au problème de l'approche des chercheurs

Dans une optique de renouvellement des approches utilisées par les didacticiens chercheurs pour aborder la profession enseignante et ses problèmes, le problème n'est-il pas quelque part dans l'approche même des chercheurs? Notre étude montre la fécondité de la rencontre entre didactique de recherche et didactique praticienne qui, dans l'analyse comme dans l'action, peuvent se rejoindre dans un mouvement transcendant les attributions classiques du type enseignants-exécutants versus chercheurs-concepteurs. La perspective que nous adoptons ici, a posteriori, exploite certaines des idées de l'analyse situationnelle (Clarke, 2005), avec le souci explicite de prendre en compte les différents aspects (les acteurs individuels ou collectifs impliqués; les positions prises ou non, par exemple par les enseignants sur les questions qui se posent à eux ou qu'ils se posent dans leurs pratiques) de la réalité complexe du métier d'enseignant. Nous avons là, comme chercheurs, une voie à creuser *avec* les acteurs centraux que sont les praticiens enseignants, dans la réflexion engagée sur les problèmes qui se posent à leur profession. Dans une telle entreprise, l'approche collaborative prend tout son sens, celui d'inviter les chercheurs à «assumer un rôle de leadership dans le renouvellement du rapport dissymétrique au savoir» (Desgagné, 2007, p. 100). En l'occurrence, le savoir à propos des problèmes/problématiques/questions qui se posent à la profession enseignante.

Références

Bednarz, N., Poirier, L., Desgagné, S. et Couture, C. (2001). Conceptions de séquences d'enseignement en mathématiques : une nécessaire prise en compte des praticiens. Dans A. Mercier, J. Lemoyne et A. Roucher (Dir.), *Le génie didactique: usages et mésusages des théories de l'enseignement*. Bruxelles: De Boeck.

Clarke. A. E. (2005). *Situational analysis: grounded theory after the postmodern turn*. Thousand, Oaks,
California: Sage.

Desgagné, S. (2007). Le défi de coconstruction de «savoir» en recherche collaborative : autour d'une démarche de reconstruction et d'analyse de récits de pratique enseignante. Dans, M. Anadón (Dir.), *la recherche participative : multiples regards.* Québec : Presses de l'Université du Québec.

Martinand, J.-L. (février 1992). Table ronde. Dans J. Colomb (Dir.), Recherches en didactique : contributions à la formation des maîtres. *Actes du colloque des didactiques* (p. 25-26). Paris : Institut National de Recherche pédagogique.

Retour à la liste

UNE ETUDE DU DEVELOPPEMENT PROFESSIONNEL DE PROFESSEURS DE MATHEMATIQUES DEBUTANTS

Françoise Chenevotot, *LDAR, Université Paris 7*
Marie-Pierre Galisson, *LDAR, Université Paris 7*
Régis Leclercq, *IEN, Académie Nord-Pas de Calais*
Christine Mangiante, *LML, Université d'Artois*
IUFM Nord – Pas de Calais, Université d'Artois

PRÉSENTATION GÉNÉRALE

Les transformations qui affectent actuellement la formation initiale des enseignants nous ont conduits à nous interroger sur le cheminement de jeunes professeurs de mathématiques. Notre recherche, initiée en septembre 2009, a pour objet de **définir des outils pour repérer et décrire le développement professionnel de professeurs de mathématiques débutants** non seulement dans le cadre de la formation précédente (année 2009-2010), mais encore dans la formation actuelle et au moment de l'entrée effective dans le métier. La complexité des processus qui rendent compte du développement professionnel (Wittorski 2007, Wells 1993) nous impose de nous limiter à l'identification d'un certain nombre d'indicateurs de prise en charge des problèmes professionnels. Ces indicateurs nous permettent de caractériser des profils, de définir ce que nous entendons par postures, de rapporter ces dernières à une certaine « norme », pour esquisser un modèle du processus de développement professionnel. Cette présentation est plus spécifiquement axée sur la méthodologie qui conduit à l'élaboration des outils d'analyse. La question de leur fonctionnalité dans le cadre de la formation actuelle est une recherche en cours.

MOTS CLÉS
Développement professionnel, profils, postures, pratiques, normes.

ORGANISATION ET CONTENU DU POSTER
Le poster est organisé en quatre domaines (cadres).

1. Premier cadre : Le contexte de la recherche

Ce domaine comprend deux parties. (1) *Le contexte et les contraintes locales*. La mastérisation de la formation transforme l'articulation entre formations théorique et pratique. Identifier des indicateurs du développement professionnel d'un sujet initialement assujetti à deux institutions (celle où il est formé, celle où il exerce le métier) est donc une question vive tant pour le chercheur que pour le formateur. Nous nous intéressons initialement (en 2009-2010) à un public de PLC2 (quatre groupes d'une vingtaine de stagiaires, chacun des groupes sous la responsabilité d'un formateur de mathématiques en temps partagé). Les stagiaires reçoivent une formation en alternance (6/8h de stages et 2 jours de formation à l'IUFM par semaine). Nous n'avons pas accès aux contenus spécifiques de la formation délivrés par les formateurs. (2) *Le contexte scientifique : apports et limites d'un concept largement utilisé.* Les travaux sur le développement professionnel rendent compte de la complexité d'un concept polysémique, multidimensionnel. Nous nous inscrivons dans la perspective développementale de la didactique professionnelle (Pastré 2002) qui conçoit le développement professionnel comme « *un processus d'élaboration de schèmes, d'invariants opératoires, de concepts organisateurs de l'action ».* Pour la notion de posture, nous retenons une notion adaptée des travaux de Deblois (2002), une « certaine façon de prendre en compte et de traiter les erreurs des élèves », pour l'étendre à un certain nombre de problèmes professionnels. Ces façons d'envisager et de faire, évolutives dans un contexte de formation, nous permettent de différencier des postures étudiant-stagiaire-enseignant. Enfin, nous faisons nôtre (dans sa simplicité) une des caractérisations de Bucheton (2009) la posture comme «*une certaine manière de s'emparer de la tâche »* tout en l'interprétant dans le cadre de la double approche (Robert, Rogalski, 2002).

2. Second cadre : Une démarche exploratoire

Cette démarche est présentée en s'appuyant sur (1) *Le dispositif de recueil de données.* Nous proposons deux questionnaires (décembre 2009 ; mars 2010 lors de séances de formation didactique qui nous permettent par ailleurs de recueillir des analyses de productions de PLC2). Le premier questionnaire est conçu à partir de nos hypothèses (comment je règle les problèmes professionnels, qu'est ce que j'attends de la formation et qu'est ce qu'elle m'apporte) ; le second est censé préciser le poids de la composante sociale de la formation, la représentation du métier, les apports de la formation IUFM. Les deux questionnaires comportent des questions ouvertes, fermées, à choix multiples. (2) *La mise en place de deux démarches d'analyse et leur croisement pour décrire le profil d'un PLC et caractériser ce que nous entendons par posture*. La première démarche consiste à réaliser une analyse a priori des questions posées (recoupement, identification de réponses « significatives », de « normes » en termes de fréquences dans un premier temps). Cette analyse a priori nous a conduit à mettre au point une trame d'analyse du questionnaire qui nous a permis d'obtenir des profils. La seconde démarche propose une interprétation des réponses données selon les indicateurs de postures que nous avons fixés a priori. Ces profils nous servent de guide pour d'une part identifier les indicateurs et pour d'autre part repérer différentes postures (étudiant-stagiaire-enseignant). L'analyse des productions d'élèves ne nous permet que de caractériser des postures « étudiant » au sens de Deblois. Le second questionnaire nous permet de mettre en évidence une certaine stabilité du rapport au métier qu'entretiennent les PLC et d'appréhender leur rapport très variable à la formation à court terme.

3. Troisième cadre : Les premiers résultats

(1) *L'identification de classes d'indicateurs.* La mise en évidence de profils nous permet de mettre au point des indicateurs, de dresser un "état des lieux" du développement professionnel de chaque enseignant (en fonction du temps de la formation, des expériences acquises dans le métier. Nous distinguons trois indicateurs, niveau de prise en compte des contraintes du métier (décliné en trois domaines plus ou moins investis en lien avec des questions professionnelles plus ou moins prises en charge) complétés par un quatrième indicateur, un rapport personnel à une « norme », fonction des rapports du sujet à la « norme » de l'institution de formation et à celle du métier. 2) *Perspectives*. Les indicateurs obtenus doivent à présent être mis à l'épreuve. En référence à notre grille d'analyse, nous suivons le parcours d'anciens stagiaires (2009-2010), l'entrée dans le métier d'un stagiaire (vidéos de séances et entretiens), nous étudions des travaux effectués dans le cadre de la formation continue (sur la différenciation) et analysons les effets d'une formation didactique en cours auprès de PLC1 sur leur rapport à la formation et au métier.

4. Quatrième cadre : Bibliographie

Bucheton D., (2009), *L’agir enseignant: des gestes professionnels ajustés.* Octarès Editions, Toulouse.

Deblois L, Squalli H., (2002), Implication de l’analyse de productions d’élèves dans la formation des maîtres du primaire, *Educational Studies in Mathematics* 50 : 213-238

Pastré P., (2002), L’analyse du travail en didactique professionnelle, *Revue Française de Pédagogie* n°138, janvier-février-mars 2002 pp.9-16

Robert A., Rogalski J. (2002), Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques : une double approche, *Revue canadienne de l’enseignement des Sciences, des Mathématiques et de la Technologie,* 2,4,505-528

Wells G., (1993), Working with teacher in the zone of proximal development: Action research on the learning and teaching of sciences. Ontario Institute for Studies in education. Document téléaccessible à l’URL :www.oise.utoronto.ca/gwells/teacherzpdf.txt

Wittorski R., Note de synthèse *halshs.archives-ouvertes.fr/docs/00/33/90/…/note_de_synthèse_ savoirs.doc*

Retour à la liste

ENSEIGNEMENT DE LA GÉOMÉTRIE DURANT LE DÉBUT DE L'ÉPOQUE MEIJI (1868-1912) AU JAPON.

COUSIN Marion

À partir du 17e siècle, de nombreux savants japonais s'intéressèrent à certains théories scientifiques venues d'Europe et notamment dans les domaines de la médecine (ex : tables anatomiques) ou des sciences. Mais, ces études ne concernent presque pas les mathématiques. En mathématiques, les *wasanka*, considérant la richesse de leur tradition (*wasan*), n'importent que très peu d'outils (ex : tables logarithmiques). L'étude des connaissances occidentales en mathématiques commencent donc seulement au début de l'époque Meiji.

Les pratiques spécifiques au *wasan* donnent accès à techniques performantes notamment en algèbre (par exemple, les travaux de Seki Takakazu sur les méthodes de résolution) ou en analyse (utilisation de séries infinies pour le calcul de *pi*). En conséquence, les pratiques traditionnelles fournissent un cadre pour l'apprentissage de nouvelles théories. Elles fournissent par exemple un vocabulaire évolué pour appréhender les notions importées. En géométrie, les procédés de raisonnement et de la nature des raisonnements sont une nouveauté totale. Si un certain type de géométrie métrique existait, les japonais découvrent l' « édifice euclidien » et de son vocabulaire spécifique déjà introduit en Chine auparavant.

Après l'intervention de Commodore Perry en 1853 et 1854, le shogunat créa des institutions afin d'importer massivement les connaissances scientifiques et les mathématiques « occidentales »[1]. Le but était de moderniser au plus vite le Japon afin d'être considéré comme égal par les nations dominantes, afin d'éviter la colonisation.

Dès la fin de l'époque d'Edo mais aussi après la restauration des pouvoirs à l'empereur en 1868, les autorités encouragent donc l'apprentissage des théories et pratiques scientifiques occidentales : des étudiants sont envoyés à l'étranger, on embauche des professeurs étrangers pour enseigner dans les écoles japonaises, de nombreux savants « occidentalistes »[2] traduisent des savants hollandais puis venus de divers pays d'Europe et d'Amérique, des institutions sont mises en place…

Le décret de l'éducation (*gakusei* 学制) de 1872 et ses révisions postérieures sont proclamés afin d'essayer d'établir un système éducatif national et, depuis les nouvelles écoles primaires jusqu'aux universités en construction, les pratiques traditionnelles (ex : en maths, calcul sur *soroban*) sont remplacées par les théories occidentales. Mais, étant donné la tradition évoluée du *wasan* en mathématiques, les *wasanka* (mathématiciens du *wasan*) avaient toujours une influence sur les décisions officielles et les pratiques en mathématiques.

---

[1] Ici, on n'entend pas dire que les théories mathématiques présentes dans le bassin méditerranéen, en Europe et aux Etats-Unis avaient un aspect homogène. Le terme « occidental » reflète simplement la vision que les japonais se faisaient des nouvelles connaissances à intégrer dans leur pays.

[2] cf. Annick Horiuchi, "Sur la recomposition du paysage japonais au début de l'époque Meiji" in Catherine Goldstein et al., *L'Europe mathématique, Mathematical Europe*, Maisons des sciences, Paris, 1996.

Plusieurs études générales ont déjà été faites concernant l'évolution de l'Education ou des pratiques scientifiques. En particulier, certains travaux ont nuancé la vision qui consiste à décrire l'ère Meiji comme une révolution sans précédent où le transfert de connaissance était effectué par des « héros » et grâce à des choix éclairés et raisonnés.

En mathématiques, Annick Horiuchi, entre autres, a montré la complexité de ce processus de transfert de connaissances et la nécessité d'effectuer des études plus profondes pour comprendre tous les facteurs à prendre en compte et les conséquences sur le savoir qui était enseigné. Le but de mes recherches actuelles est de déterminer les diverses influences et conséquences effectives pour l'enseignement de la géométrie.

Dans cette communication, je présenterai une étude sur l'évolution des manuels scolaires de géométrie durant le début de l'époque Meiji.

Pour cela, je me référerai à un ensemble de manuels d'enseignement en géométrie utilisés durant cette période pour l'enseignement primaire, secondaire et pour la formation des professeurs. Je m'attacherai notamment à mettre en valeur les initiatives de différents auteurs entre le début des années 1870 et la fin des années 1880 et je donnerai les caractéristiques des manuels de Kikuchi Dairoku 菊池大麓, manuels qui seront les plus utilisés à partir des années 1890.

Retour à la liste

LA GÉOMÉTRIE DYNAMIQUE COMME MILIEU POUR LA DÉMARCHE D'INVESTIGATION EN MATHÉMATIQUE À L'ÉCOLE PRIMAIRE ?

COUTAT Sylvia
Equipe DiMaGe
Faculté des sciences de l'éducation
Université de Genève
Genève, Suisse
Sylvia.Coutat@unige.ch

Mots clés : démarche d'investigation, géométrie dynamique, école primaire, genèse instrumentale, contrat, milieu, dévolution.

Introduction

Ce texte est une présentation d'une recherche en cours dont l'expérimentation devrait avoir lieu d'ici à fin juin. Cette recherche s'insère dans un projet plus vaste dont le propos est la sensibilisation des enseignants à la démarche d'investigation et sa mise en oeuvre dans les classes. Notre recherche vise dans un premier temps à identifier dans quelle mesure l'utilisation d'un logiciel de géométrie dynamique peut constituer un milieu favorable à la démarche d'investigation. Si cette première étape s'avère positive on pourrait envisager une sensibilisation des enseignants à l'intégration des logiciels de géométrie dynamique pour l'enseignement de la géométrie mais aussi pour la mise en oeuvre d'une démarche d'investigation en mathématique.

Quelques éléments théoriques pour définir une démarche d'investigation en géométrie

La démarche d'investigation est communément associée aux sciences. On trouvera par exemple un texte officiel diffusé auprès des établissements qui présente sept étapes de la démarche d'investigation(http://www.acgrenoble.fr/maths/inspection/JDI_5e_2006/Les_7_etapes.pdf consulté le 14/04/2011.). On peut aussi compléter ce texte par les critères de Cariou (2011). Ces étapes ou critères s'appliquent parfaitement aux sciences. Cependant on trouve aussi comme définition : « La démarche d'investigation est une forme de contrat didactique dans laquelle l'élève exerce une responsabilité importante vis-à-vis du savoir en jeu, de plus, le professeur s'appuie sur les productions des élèves pour faire avancer le savoir dans la classe. » (Gueudet et al., 2009). Cette dernière définition nous permet de nous rapprocher des concepts développés dans la théorie des situations didactiques (Brousseau 1998) à travers la notion de contrat, milieu et dévolution. Ainsi, les situations d'investigation dans les cours de mathématiques pourraient être considérées comme des situations-problèmes ou problèmes ouverts au sens de Brousseau (1998). Cela nous amène à considérer les effets de contrat, les rétroactions avec le milieu et le maintient de la dévolution dans la mise en oeuvre d'une activité impliquant une investigation.

Les critères de Cariou permettent d'identifier le potentiel d'investigation d'une activité, mais ce potentiel doit ensuite être exploité par l'enseignant à travers une gestion bien construite. Cette gestion est complètement dépendante d'une analyse a priori qui tient compte du milieu à mettre en place et éventuellement enrichir. L'enseignant doit aussi étudier le contrat, qui doit être négocié avec l'élève pour de maintenir la dévolution et l'investissement de l'élève dans la résolution de la question. Cette réflexion s'applique à notre propos et peut nous éclairer sur la mise en oeuvre d'une activité d'investigation dans une classe de primaire (élèves de 9-10 ans) ainsi nous pouvons préparer cette activité en utilisant conjointement des éléments des sciences et des éléments de la TSD.

Notre objectif étant de créer un milieu antagoniste autour d'un logiciel de géométrie dynamique, nous nous appuyons sur les travaux de Laborde et Capponi (1994). Ainsi un logiciel de géométrie peut interagir avec l'élève sur ses actions et ses choix. Pour que l'interaction soit pertinente et ciblée vers l'investigation, le logiciel doit être un instrument pour l'élève au sens de Rabardel (1995). Nous ne visons pas une investigation autour des outils mais avec les outils disponibles dans le logiciel (Assude, Gélis 2002). Ainsi dans le processus de genèse instrumentale, l'instrumentalisation des outils nécessaire à l'activité doit être en cours voire acquise.

Quelques éléments sur les activités

Dans notre recherche, nous considérons qu'une situation problème possède un potentiel d'investigation suffisant. Ainsi l'élève peut entrer dans l'activité par une stratégie de base qui n'est pas la stratégie optimale. Il peut faire des conjectures, les tester et les valider. En nous référant aux travaux de Laborde (1994), nous faisons l'hypothèse que l'utilisation d'un logiciel de géométrie dynamique peut permettre de construire un milieu approprié à la démarche d'investigation. Dans cette perspective, le logiciel n'est pas l'objet d'étude mais un outil à disposition de l'élève. Pour que le logiciel ait une place d'outil dans la démarche d'investigation, nous visons une appropriation de « la philosophie[3] » du logiciel en amont de l'activité. Ainsi notre séquence d'activités comprend un ensemble de situations qui visent l'instrumentalisation des outils nécessaire à l'activité d'investigation visée (déplacement, segment, droite, perpendiculaire, milieu ….).
L'activité d'investigation que nous visons est la reconstruction d'une figure dans l'environnement dynamique à partir d'un modèle, que les élèves peuvent exploiter afin d'identifier ses propriétés. Partant des conjectures issues de l'exploration de la figure dans l'environnement dynamique, les élèves sont amenés à reconstruire la même figure, toujours dans un environnement dynamique, c'est-à-dire une figure qui aura les mêmes caractéristiques que celles du modèle. Si l'on veut qu'une telle activité fonctionne comme une démarche d'investigation, les élèves doivent avoir construit l'instrument Déplacement comme un outil qui permet d'identifier les propriétés d'une construction, car les constructions dans un environnement dynamiques utilisent des propriétés qui doivent résister au déplacement.

Nos perspectives

La phase d'expérimentation sur le terrain de cette recherche commence dans quelques semaines, nous ne pouvons que vous faire partager nos perspectives. Cependant les analyses auront avancées pour l'école d'été et nous comptons bien vous les présenter. Nos attentes face à ces expérimentations sont doubles. Comme nous l'avons annoncé dans l'introduction nous visons dans un premier temps une étude sur l'exploitation du potentiel d'investigation, c'est-à-dire comment les élèves s'investissent dans la tâche. Dans un second temps, nous souhaitons étudier comment l'enseignant a entretenu la dévolution tout au long de l'activité d'investigation. Les concepts de la TSD devraient nous permettre d'identifier les causes d'une réussite ou d'un échec dans cette mise en oeuvre.

---

[3] Par philosophie du logiciel nous faisons référence à l'invariance des propriétés de construction par déplacement.

Bibliographie

Assude, T. Gélis, J-M. (2002). La dialectique ancien-nouveau dans l'intégration de Cabri-Géomètre à l'école primaire. Educational Studies in Mathematics, 50 : 259-287.

Brousseau, G. (1998). Théorie des situations didactiques. Grenoble : La Pensée Sauvage éditions.

Cariou, J.Y. (2011). Tentative de détermination de l'authenticité des démarches d'investigation. In Loisy, C. Trgalova, J. Monod-Ansaldi, R. (Eds.) Ressources et travail collectif dans la mise en place des démarches d'investigation dans l'enseignement des sciences, 57-66.

Laborde, C. Capponi, B. (1994). Cabri-Géomètre constituant d'un milieu pour l'apprentissage de la notion de figure géométrique. Recherche en didactique des mathématiques, 14 (1.2) 165-210.

Rabardel, P. (1995). Les hommes et les technologies, une approche cognitive des instruments contemporains. Paris : Armand Colin édition.

Soury-Lavergne, S. Trouche, L. & Gueudet, G. (2009). Parcours de formation et étude de processus d'appropriation, rapport annuel du projet INRP Pairform@nce, INRP (143 p.).

Retour à la liste

ÉTUDE DE PROCESSUS DE RECHERCHE D'ÉLÈVES, ÉTUDIANTS ET CHERCHEUR CONFRONTÉS À LA RÉSOLUTION D'UN PROBLÈME OUVERT EN ARITHMÉTIQUE

Marie-Line GARDES
EAM S2HEP – Université Claude Bernard Lyon 1

Depuis près de 20 ans de nombreuses expériences, au collège et au lycée, ont été menées sur la mise en oeuvre de problèmes de recherche en classe de mathématiques. Un des enjeux est de mettre l'élève dans une position de chercheur lui permettant, sous certains aspects, la reproduction de la position du mathématicien. Pour cela, j'étudie une recherche de résolution d'un même problème ouvert (au sens non résolu) en arithmétique par des élèves, des étudiants et par un mathématicien. Le but est alors de mettre en perspective les différents processus de recherche afin de rechercher l'existence d'éléments invariants dans la recherche d'un mathématicien qui pourraient aider et favoriser la recherche mathématique des élèves ou des étudiants dans le cadre de la résolution de problème de recherche.

Le problème choisi est une conjecture d'Erdös-Straus (1950) :

Pour tout entier naturel $n \geq 2$, on peut trouver des entiers non nuls x, y, z (non nécessairement distincts) tels que :

$$\frac{4}{n} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$$

J'ai principalement deux questions de recherche, l'une épistémologique : comment définir la recherche mathématique (existence d'invariants, développement des connaissances à travers la recherche...)? et l'autre didactique : comment construire un milieu pour la résolution de problème de recherche dans une institution ? Afin de répondre à ces questions, mon travail s'articule autour de trois grands axes : l'étude mathématique de la conjecture, le suivi du travail du chercheur sur la résolution de ce problème et les expérimentations avec des élèves et des étudiants.

J'ai déjà mené plusieurs expérimentations en classe de terminale scientifique, en première année de classe préparatoire aux grandes écoles, avec des étudiants provenant de bac professionnel et avec des collégiens suivant un club de mathématiques. Les premières analyses de ces expérimentations mettent en évidence deux points : les conditions favorisant une vie réelle du problème en classe et la place importante de la dimension expérimentale dans les processus de recherche. Ainsi, la dévolution du problème est favorisée par la mise en place d'«un contrat de recherche» établi au sein de la classe dans lequel la recherche de problème a une place prépondérante et par l'introduction dans le milieu des élèves de calculatrices effectuant le calcul fractionnaire. Le caractère expérimental du problème, à savoir «faire des essais sur *n*», a tout d'abord permis à tous les élèves d'agir. Cette dimension a «gommé» les inégalités dues aux difficultés scolaires ou à la spécialité suivie. Elle a ensuite été la clé pour la plupart des élèves, pour formuler des conjectures, à partir des expériences et de leurs observations. Enfin, elle a constitué une aide à la démonstration de leur conjecture.

Concernant le suivi de la recherche du mathématicien, la mise en perspective de son processus de recherche avec celui des élèves et des étudiants a permis de mettre en évidence trois éléments qui favoriseraient la recherche effective d'un problème : l'exploitation de la dimension expérimentale, le questionnement des exemples et la création de liens entre différentes notions mathématiques.

Dans cette communication, je présenterai tout d'abord ma problématique et mes questions de recherche, puis le travail de quelques groupes d'élèves que je mettrai en perspective avec la recherche du mathématicien. Enfin, je développerai mes premiers éléments de réponses à mes questions de recherche, épistémologique et didactique.

Références

• Arsac G. et Mante M.(2007), *Les pratiques du problème ouvert*, scéren CRDP de Lyon.

• Erdös P. (1950), On a diophantine equation. (Hungarian, Russian, English summaries), *Mat. Lapok 1*, 1950, pp. 192-210.

• Gardes ML. Etude du processus de recherche d'élèves de terminale scientifique confrontés à la résolution d'un problème ouvert en arithmétique. Mémoire de master 2 HPDS, Université Lyon 1, 2009.

• Gardes ML et Mizony M.(2011), La conjecture d'Erdös-Straus : expérimentation en classe et travail du chercheur, *Repères n°85*, 2011. *A paraître.*

• Gardes ML (2010), Démarches d'investigation en arithmétique, entre essais et conjectures : un exemple en terminale scientifique, Petit x n°83, pp 51-78, Irem de Grenoble.

• Guy R. (2003), *Unsolved Problems in Number theory*, 3ème édition, Springer, 2003, problème D11, pp. 252-262.

• Mordell L.J (1969), *Diophantine equations*, London, New York, Academic press 1969, chapter 30.

• Schinzel A (2000), On sums of three unit fractions with polynomial denominators. *Funct. Approx. Comment. Math*. 28 : 187-194, 2000.

• Page Internet d'Allan Swett : http://math.uindy.edu/swett/esc.htm

• Page Internet de Mizony : http://math.univ-lyon1.fr/~mizony/ (document : *Sur la conjecture d'Erdös-Straus*).

Retour à la liste

QUELQUES PROPOSITIONS POUR DES APPRENTISSAGES PLUS FÉCONDS EN MATHÉMATIQUES DÈS LE COLLÈGE AU BÉNIN

GBAGUIBI Florent

1 - DES CONSTATS

Il n'est plus un secret pour quiconque qu'on assiste de façon irrésistible à ce qu'on pourrait qualifier de descente aux enfers de l'enseignement des mathématiques dans les lycées et collèges de l'enseignement général au Bénin, et pour cause:

- Les mathématiques continuent de faire peur aux élèves et s'ils avaient le choix d'éliminer une ou deux disciplines, il est à peu près certain que dans leur grande majorité, ils choisiraient de ne plus faire les mathématiques.
- Les productions des élèves en mathématiques dans leur plus grande majorité, tant en classe qu'au niveau des examens et concours, sont de plus en plus décevantes et inquiétantes.
- Les enseignants des collèges et lycées qui ont à charge cette discipline, se plaignent des nombreuses difficultés qu'ils éprouvent en vain, à amener un nombre critique d'élèves à progresser ne serait-ce que passablement en mathématiques.
- La filière C (équivalent de la filière S option mathématique en France par exemple) est malheureusement en train de s'éteindre complètement.
- L'analphabétisme mathématique va grandissant.

Les causes de cette déplorable situation sont nombreuses. Et comme les mathématiques sont une importante discipline instrumentale, il ne serait pas bien, de notre point de vue, de se croiser les bras en attendant que par miracle, les solutions idoines tombent du ciel. Nous voudrions, pour notre part, faire quelques propositions qui, selon nous, pourraient contribuer quelque peu à faire en sorte que, les élèves dès le collège au Bénin, se construisent des connaissances utiles à travers des apprentissages plus féconds.

2 - QUELQUES PROPOSITIONS

Apprendre à un élève dès le début du collège à se construire des connaissances transférables en mathématiques et à réussir par exemple des démonstrations, est une entreprise qui nécessite entre autres, beaucoup de temps et de réelles compétences professionnelles de la part de l'enseignant. En effet, il faut bien permettre à l'élève, surtout en classe, pour qu'il puisse bénéficier de l'accompagnement nécessaire de la part de l'enseignant, d'une part de s'engager sur des pistes de recherche, et d'autre part de prendre ses repères, de pouvoir découvrir, fixer et maîtriser ce qui est à sa portée. Or il se trouve que les programmes de mathématiques en vigueur dans les collèges au Bénin sont denses, alors que le temps de présence effective d'un enseignant en classe pour faire cours par année scolaire ne dépasse guère vingt-deux semaines. C'est pourquoi nous voudrions proposer que :

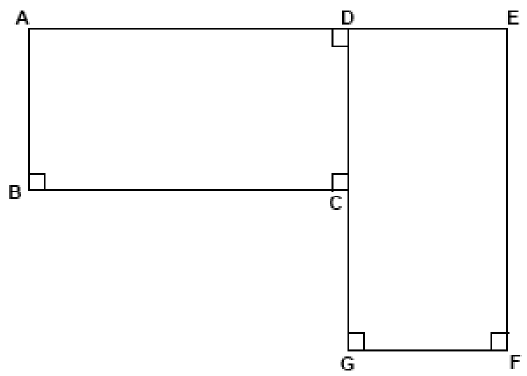
Les programmes de mathématiques en vigueur dans nos collèges soient allégés de façon à permettre à l'enseignant de disposer du temps matériel nécessaire pour inscrire son action dans un processus de dévolution adéquat et optimal.

Par ailleurs, l'enseignant de la mathématique en particulier, a l'obligation, eu égard aux nombreux défis qu'il se doit de relever, de faire preuve de réelles compétences professionnelles dans l'exercice de son métier. C'est pourquoi nous voudrions emprunter à Philippe PERRENOUD[4] quelques uns des dix domaines de compétences reconnus comme prioritaires dans la formation continue des enseignants du cours primaire. Ainsi, nous pensons qu'Il faut qu'il (l'enseignant de la mathématique du collège) soit au moins à même:

- **d'organiser et d'animer des situations d'apprentissage.**
- **de gérer la progression des apprentissages.**
- **de concevoir et de faire évoluer des dispositifs de différenciation.**
- **de gérer sa propre formation continue.**

En plus de ces quelques domaines de compétences empruntés à Philipe PERRENOUD, nous voudrions insister sur la nécessité qu'il y a pour l'enseignant de la mathématique, déjà dès le collège **de sortir de la routine et d'oser exploiter par exemple, les problèmes de construction géométrique et d'autres activités qui, contrairement aux apparences sont d'une très grande richesse, tant dans la découverte des notions et propriétés diverses que dans l'évaluation des apprentissages.** En voici deux exemples.

Problème n°1 (niveaux 5e et 4e)
Les quadrilatères ABCD et DEFG de la figure ci-dessous sont des rectangles de mêmes dimensions.



Après avoir reproduit une figure similaire, construire en utilisant uniquement la règle la parallèle à la droite (EC) passant par D.

Problème n°2 (niveau 3e)
Etant donnés deux segments de droite [AB] et [CD] à supports parallèles et de différentes longueurs, construire en utilisant uniquement la règle leurs milieux respectifs.
Nous voudrions pour terminer, proposer que :
L'enseignant de la mathématique dès la classe de 6e, choisisse les problèmes auxquels ses élèves seront confrontés de telle sorte qu'ils n'éprouvent pas de difficultés majeures et insurmontables dans les différentes étapes de résolution, afin qu'ils se donnent confiance pour éprouver de temps à autre, pourquoi pas, le plaisir de faire les mathématiques.

Retour à la liste

---

[4] http://pmev.lagoon.nc/organsr.htm

UNE ÉTUDE DIDACTIQUE DE LA MODÉLISATION MATHÉMATIQUE DES PHÉNOMÈNES PÉRIODIQUES

NGUYEN THI Nga
3e année de thèse
Laboratoire d'informatique de Grenoble
Directeurs de la thèse : Muriel NEY, Alain BIREBENT, LE VAN Tien

La périodicité est un concept employé en physique et par beaucoup d'autres disciplines scientifiques car il est central dans l'étude des phénomènes cycliques et des phénomènes oscillatoires. On retrouve ce concept en mathématiques via la notion de fonction périodique.

Les fonctions périodiques notamment les fonctions trigonométriques se sont constituées progressivement dans les sciences comme outils de modélisation de grandeurs variables qui retournent régulièrement et indéfiniment au même état.

Les phénomènes cycliques ou oscillatoires sont présents très tôt dans l'enseignement scolaire de la physique tant au Viêt Nam qu'en France. Quand, dans cet enseignement, il est fait appel à une formalisation mathématique pour soutenir l'étude d'un phénomène périodique, cette formalisation est conduite, via des modèles mathématiques, en donnant lieu à des phénomènes didactiques qui nous intéressent ici[5].

1. Le concept scientifique de périodicité : analyse comparative de son enseignement en physique au Viêt Nam et en France

Le tableau 1 présente le curriculum d'étude des phénomènes périodiques dans l'enseignement secondaire de la physique :

Classe	Au Viêt Nam	En France
9 (3e)	aucun phénomène périodique enseigné en collège	tension périodique, tension sinusoïdale : période, fréquence
10 (2e)	rotation des planètes dans le système solaire, mouvement circulaire uniforme : vitesse angulaire, accélération, période, fréquence	alternance des jours et des nuits, des phases de la Lune, mouvement de rotation, vitesse angulaire
12 (Tle)	oscillation harmonique (pendule (fil, ressort), pendule simple, pendule physique) : période, fréquence, amplitude, fréquence angulaire. - son, onde sinusoïdale - courant alternatif	- ondes progressives périodiques, onde sinusoïdale, son - circuit électrique oscillant - pendule simple

Tableau 1 : phénomènes périodiques étudiés en physique au Viêt Nam et en France

[5] Cet exposé s'appuie sur notre travail de thèse dont la soutenance est prévue en septembre 2011.

Il s'agit pour les deux institutions d'étudier des grandeurs variables avec le temps : des tensions électriques, des distances, des angles, etc. En arrière-plan, même non nommée ou non formalisée, se trouve toujours une fonction périodique dont la variable indépendante est le temps.
La mathématisation des concepts est certes plus prégnante au Viêt Nam qu'en France mais dans les deux institutions elle va s'enrichir au cours du curriculum en s'appuyant sur deux modèles : celui du mouvement circulaire uniforme (M) et celui de l'oscillation harmonique (O).

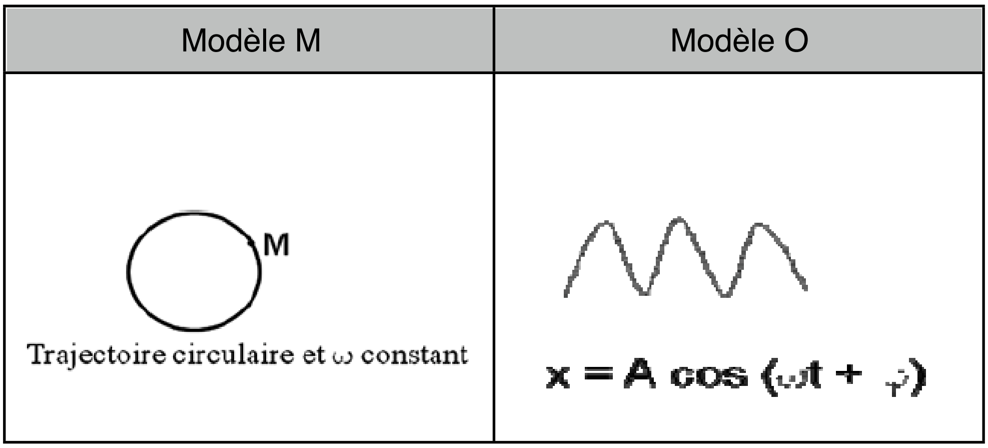


Figure 1 : deux modèles mathématiques de la périodicité

Introduite dès le collège en France l'oscillation harmonique ne l'est que par des graphiques présentés comme résultant de prises de mesure (par exemple un oscillogramme). Le rôle du registre graphique est nettement en retrait au Viêt Nam où c'est le registre algébrique qui domine. Cependant, le registre algébrique ne trouve toute sa place qu'après l'étude des fonctions trigonométriques en classe 11 de mathématiques. C'est pourquoi l'oscillation harmonique n'est présentée au Viêt Nam qu'en fin du lycée.

Quelles sont les transpositions didactiques de la modélisation de phénomènes périodiques ? Comment ces modèles M et O participent-ils dans les enseignements de mathématiques et de physiques au processus de modélisation de la périodicité ?

2. Aux sources de la transposition didactique de la modélisation mathématique des phénomènes périodiques

Dans l'enseignement supérieur de la physique[6], les oscillations harmoniques forment la classe la plus importante des phénomènes périodiques dont elles constituent la modélisation mathématique dominante. Le modèle O est un modèle de base qui permet d'étudier tous les autres phénomènes périodiques. Les registres (au sens de Duval, 1993) de ce modèle sont soit algébriques soit graphiques :

• Deux registres algébriques :

+ expression algébrique de la fonction sinusoïdale : $x = A\cos(\omega t+\varphi)$ où A est l'amplitude du mouvement, ω est la pulsation et φ est la phase initiale.

---

[6] Cf. bibliographie pour la liste des traités et manuels consultés.

+ équation différentielle :

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$$

• Registre graphique : courbe sinusoïdale

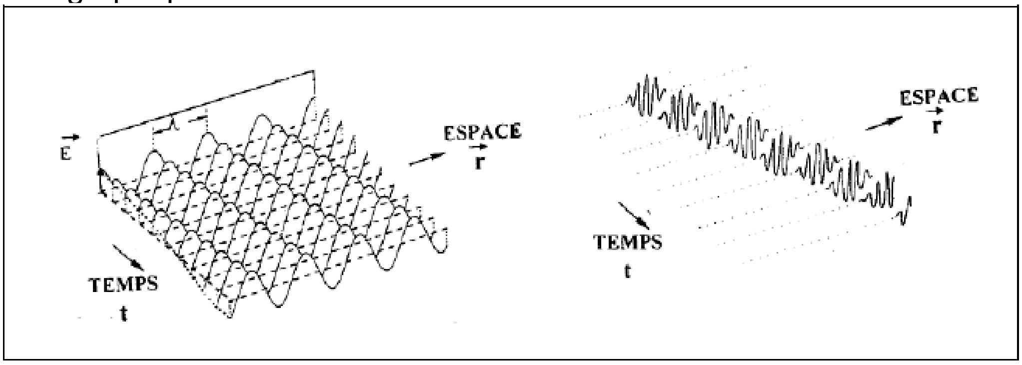
Ce modèle O est complexifié pour mener l'étude du mouvement ondulatoire. On retrouve à cette occasion les deux registres algébriques :

+ f(x, t) = A cos (kx - ωt)

+ et une équation aux dérivées partielles :

$$\frac{d^2u}{dx^2} - \frac{1}{v^2}\frac{d^2u}{dt^2} = 0$$

et un registre graphique à deux ou trois dimensions.



(Bonnet, 2006)

Le modèle O est un modèle *fonctionnel* au sens où l'objet mathématique central du modèle est une fonction.

Le mouvement circulaire uniforme quant à lui est un mouvement périodique caractérisé par une trajectoire circulaire et une vitesse angulaire constante. C'est un modèle de base car les notions de période et de fréquence s'appliquent à tous les phénomènes périodiques cycliques.

Outre le registre graphique de ce modèle qui est le cercle présenté dans le manuel scolaire, on trouve aussi dans les manuels universitaires un registre algébrique (x = R cosθ, y = R sinθ, θ = ωt).

L'articulation entre les deux modèles n'est pas un souci majeur des traités de physique peut-être parce que le mouvement circulaire est isolé dans le domaine de la Mécanique. Cependant cette articulation est possible et épistémologiquement importante comme le montre Feynman (1965) :

> On peut vérifier expérimentalement que le mouvement ascendant et descendant d'une masse liée à un ressort est le même que celui d'un point tournant sur un cercle. La Fig.(21-3) montre un arc lumineux projetant sur un écran l'ombre portée d'un ergot sur une roue et d'une masse oscillant verticalement, mis l'un à côté de l'autre. Si nous laissons partir la masse au bon endroit et au bon moment, et si la vitesse de la roue est correctement ajustée à l'égalité des fréquences, les deux ombres doivent se suivre exactement.

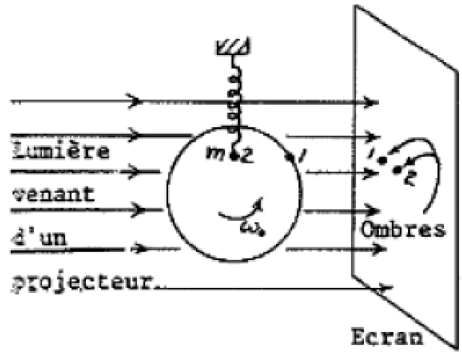


Fig. 21–3. Démonstration de l'équivalence entre le mouvement harmonique simple et le mouvement circulaire uniforme.

(Feynman (1979), p. 282)

Pour lui, selon les problèmes posés, il y a intérêt à passer d'un modèle à l'autre :

> Nous pouvons remarquer que le mouvement circulaire uniforme et le mouvement oscillatoire vertical sont très proches mathématiquement parlant, et que nous pouvons donc étudier le mouvement oscillatoire d'une manière plus simple en l'imaginant comme la projection de quelque chose qui se déplace sur un cercle.
> […]
> Ce faisant nous serons en mesure d'étudier notre oscillateur à une dimension par l'intermédiaire du mouvement circulaire, ce qui est bien plus facile que de résoudre une équation différentielle.

(Ibid., p. 283)

Dans cet esprit, nous nous intéressons aux conditions qui permettraient au mouvement circulaire uniforme d'être, dans l'enseignement mathématique secondaire, un modèle intermédiaire pour l'étude de phénomènes périodiques par leur modélisation.

3. Une ingénierie didactique pour introduire les fonctions périodiques par un processus de modélisation

L'ingénierie didactique a été conçue pour permettre aux élèves de construire les fonctions périodiques en mettant en oeuvre une démarche de modélisation. Pour cela, nous construisons, dans un environnement de géométrie dynamique, des situations didactiques qui permettent au modèle M de jouer le rôle de modèle intermédiaire vers le modèle fonctionnel O. L'ingénierie organise ce passage du modèle M au modèle O dans une situation dont l'enjeu est la résolution d'un problème de périodicité : le problème de la coïncidence des deux phénomènes périodiques. Cette situation favorise la formalisation de la périodicité et laisse ouvert le travail dans les deux cadres géométrique et analytique et dans les différents registres : graphique et algébrique.

Éléments de bibliographie

ALONSO M. & J. FINN E. (1967), Physique générale, Texte français de M. Daune, Dunod, Paris, 2001.

BENSON H. (1991), Physique, Adaptation de M. Séguin, B. Villeneuve, B. Marcheterre, R. Gagnon, De Boeck, 2009.

P. FEYNMAN R. (1963), The Feyman lectures on Physics, Version française de G. Delacote et M. Bloch, InterEditions, Paris, 1979.

Retour à la liste

ENSEIGNEMENT DES MATHEMATIQUES
À LA TRANSITION LYCEE/UNIVERSITE AU CAMEROUN :
QUESTIONS DE LOGIQUE ET LANGAGE

NJOMGANG NGANSOP Judith

Introduction

Notre travail a été réalisé au Cameroun. C'est un pays de l'Afrique centrale où le français et l'anglais sont les deux langues officielles.

Les enseignements sont dispensés exclusivement dans ces deux langues. À cet effet, il existe deux systèmes éducatifs : le système éducatif francophone et le système éducatif anglophone, les deux étant différents l'un de l'autre. Il est très difficile à un élève ayant évolué dans l'un des systèmes depuis l'école primaire, d'intégrer l'autre système avant l'entrée à l'université où l'enseignement devient bilingue (à l'université, les enseignements sont donnés en français et en anglais).

Par ailleurs, les langues nationales, en nombre important, sont très utilisées en famille et déteignent fortement sur les langues officielles. C'est le cas de la langue ewondo dont Françoise Tsoungui (1980) a étudié les interférences avec le français dans sa thèse de troisième cycle.

Notre thèse est la suivante : les questions de logique en lien avec l'activité mathématique sont particulièrement sensibles à la langue dans laquelle se fait l'enseignement des mathématiques.

Les travaux de Ben Kilani ont montré, dans le cas de la négation, les difficultés engendrées par un changement de langue à la transition entre l'école de base (enseignement en arabe) et le secondaire (enseignement en Français).

Dans l'étude en cours dont nous présentons les premiers éléments, nous nous intéressons aux questions de logique et de langage à la transition secondaire/postbac au Cameroun, en prenant en compte deux aspects :

Essayer d'identifier des difficultés en début d'université dans un contexte où l'enseignement des mathématiques est fait continûment dans une langue autre que la langue maternelle, comme c'est le cas au Cameroun, où les mathématiques sont enseignées dans le primaire et le secondaire soit en français, soit en anglais.

On s'intéresse au cas où l'enseignement est fait en français dans le primaire, le secondaire et le supérieur. On a choisi de travailler sur une seule des langues maternelles du Cameroun, l'Ewondo. Pour cela, nous avons proposé à des étudiants parlant couramment cette langue, un test sur la négation portant sur quatre énoncés. Le test est suivi d'un entretien avec ces étudiants, réalisé par un binôme chercheur en éducation mathématique et enseignant de français maîtrisant l'Ewondo, au Cameroun.

1. L'expérimentation en cours

Pour notre expérimentation, nous avons proposé un test en deux parties à des étudiants de première année de mathématiques de l'Ecole Normale Supérieure de Yaoundé[7], au Cameroun. Notre population est donc composée de futurs professeurs de mathématiques. Le test porte sur la négation d'énoncés complexes. La première partie concerne des énoncés mettant en jeu des connaissances élémentaires du niveau collège. La deuxième partie est un énoncé complexe d'analyse relevant du programme de 1re année de mathématiques, se démontrant classiquement par contraposition.

1.1. Description des énoncés proposés dans la première partie

Dans la première partie du test, il faut construire la négation des énoncés suivants :
(1) Toutes les boules contenues dans l'urne sont rouges.
(2) Certains nombres entiers sont pairs.
(3) Si un nombre entier est divisible par 4, alors il se termine par 4.

Brève analyse des trois énoncés

Les trois phrases sont énoncées en langage courant, et se situent dans le contexte mathématique, familier à l'apprenant.

La première phrase est un énoncé universellement quantifié, où le quantificateur *tout* est connu, car très utilisé en mathématiques, et plus souvent sous la forme *pour tout(s)*. La deuxième phrase est un énoncé existentiellement quantifié, où le quantificateur existentiel est *certains*. Contrairement au premier, ce terme n'est pas très utilisé en mathématiques. Le quantificateur existentiel apparaît surtout sous la forme *il existe (au moins) un*, ce qui pourrait rendre son identification problématique par les apprenants. En effet, nous avons proposé cet item à cinquante élèves d'une classe de terminale S au Cameroun, qui ont donné en réponse la forme négative de la phrase. Au cours de l'entretien que nous avons eu avec ces élèves à la suite de ce test, ils nous ont dit n'avoir pas identifié *certains* comme un quantificateur.

La construction de la négation de ces deux phrases devrait permettre de mettre en évidence la différence entre la négation partielle qui consiste en l'utilisation de la forme négative dans la grammaire française, la négation totale qui est la négation logique –elle s'applique à toute la phrase, et le contraire des énoncés dans la langue française. Cet exercice va également permettre de préciser le jeu qui existe entre les quantificateurs universels et existentiels, du fait de leur inter-définissabilité, et les propriétés relatives à la construction de la négation d'un énoncé quantifié.

En référence à une étude épistémologique sur la négation que nous avons menée lors de la rédaction de notre mémoire de Master[8], aux travaux de Durand-Guerrier & Ben Kilani (2004) et aux travaux de la CI2U présentés par Viviane Durand-Guerrier au congrès

---

[7] Établissement de l'enseignement supérieur qui forme les professeurs des collèges et lycées

[8] *Enseigner les concepts logiques: cas de la négation*, Mémoire de Mater 2, Njomgang, 2008.

ICME 11 en juillet 2008[9], nous avons listé les réponses que l'on peut s'attendre à trouver et proposer une catégorisation de ces réponses.

Conformément aux pratiques habituelles en mathématiques, le troisième énoncé comporte une quantification universelle implicite. Il faut noter que les théorèmes et les propriétés en mathématiques sont généralement énoncés sous cette forme.

La plupart des réponses que nous avons recueillies sont des énoncés conditionnels, ce qui est à mettre en parallèle avec les pratiques dans le langage courant.

1.2. Donner la contraposition d'un énoncé complexe

L'énoncé en question est le suivant :

« Si (i) (« pour toute suite $(u_n)_n$ à valeurs dans A telle que $\lim\limits_{n\to\infty} u_n = a$ » on a « $\lim\limits_{n\to\infty} f(u_n) = f(a)$ »), alors (ii) (f est continue en a). »

f désigne une fonction d'une partie A de **R** vers **R**, et a est un élément de A.

Cet énoncé est donné en langage mixte, c'est-à-dire un mélange de langage courant et de symbolisme mathématique. La première difficulté à laquelle seront confrontés les apprenants est la détermination de sa structure.

Les règles de la syntaxe du formalisme ne suivent pas en général les règles de la grammaire de la langue ordinaire. Il est nécessaire de paraphraser les énoncés avant d'en donner l'écriture formalisée.

La formulation logique montre la complexité de la structure : elle est de type :

$$\forall f\ \forall a \left[\left(\forall u \left(F(u,a) \Rightarrow G(f,u,a) \right) \Rightarrow H(f,a) \right) \right]$$

où f, a et u prennent leurs valeurs respectivement dans l'ensemble des fonctions numériques, des réels et des suites numériques. Il faut noter que selon la pratique mathématique ordinaire, les deux quantificateurs universels en tête de l'énoncé formel sont sous entendus dans l'énoncé mathématique ; tandis que le quantificateur universel portant sur l'antécédent de l'implication « externe » est explicité.

La démonstration par contraposition demande la construction de la négation des propositions (ii) et (i), ce qui peut s'avérer difficile car la négation des propositions du type (i) n'est généralement pas explicitée dans le cours.

À l'issue d'un test diagnostic où nous avons demandé à des étudiants de première année de mathématiques de l'Université de nier un énoncé conditionnel, la majorité des réponses obtenues étaient des énoncés conditionnels. Rogalski et Rogalski (2003) ont présenté ce résultat pour une population composée d'étudiants licenciés en mathématiques, ce qui montre la forte résistance de cette conception qui relève de la pratique courante.

---

[9] *About logic, language and reasoning at the transition between French upper Secondary school and University. Negation, implication and quantification,* Communication of the CI2U presented by Viviane DURAND-GUERRIER, Université de Lyon, IUFM3, LEPS-LIRDHIST3 & IREM3, Colloque ICME 11, Monterrey, Juillet 2008, Topic Study group 5 : « New developments and trends in mathematics education at tertiary level ».

Écrire la contraposée de cet énoncé suppose que l'on sache :

1. Reconnaitre la présence d'une quantification implicite dans un énoncé ;
2. Reconnaître la portée des différents quantificateurs ;
3. Repérer la hiérarchie des deux implications ;
4. Que la contraposée d'une implication universellement quantifiée est une implication universellement quantifiée ;
5. Construire la négation d'un énoncé universellement quantifié.

La brève analyse logique de cet énoncé illustre bien le niveau de complexité de la tâche associée.

Les énoncés mathématiques sont généralement donnés dans le langage courant ou mixte, et sont porteurs de beaucoup d'ambiguïtés.

Cet exemple nous permet de mettre en évidence l'importance de l'usage du symbolisme dans le calcul des prédicats, qui participe de la clarification conceptuelle.

Un commentaire : ces énoncés ont été proposés à des enseignants de Master 2 en formation pour devenir enseignants de mathématiques dans le secondaire en France. Sur 20 étudiants, aucun n'a donné la négation correcte de l'énoncé 3 de la partie 1, alors que la plupart ont donné la négation correcte de l'implication dans l'énoncé de la partie 2 ; les étudiants ont indiqué qu'ils savaient ce qu'ils devaient faire pour prouver cet énoncé.

2. Méthodologie de l'expérimentation – description des populations

Nous avons choisi de réaliser notre expérimentation avec des étudiants qui entrent en première année d'université à l'Ecole Normale Supérieure de Yaoundé, dont la langue maternelle est l'ewondo. Le choix de notre population n'est pas anodin dans la mesure où d'une part nous travaillons sur l'enseignement de la logique à la transition lycée/université, et d'autre part, notre population est appelée à transmettre des connaissances.

En outre, nous avons sollicité la présence d'un enseignant de français qui maîtrise la langue ewondo.

Nous avons mené un entretien collectif avec trois étudiants ayant répondu aux trois premiers énoncés du test en janvier–février 2009, et ayant participé au suivi des étudiants mis en place à l'issue de ce test. Les résultats et les analyses qui en découlent seront disponibles au cours de l'Ecole d'été.

Retour à la liste

MATH-BRIDGE, UNE PLATE-FORME MULTILINGUE

JULIANNA ZSIDÓ, VIVIANE DURAND-GUERRIER
Université Montpellier II

INTRODUCTION

Notre principal point de vue sur le langage est ici celui de la fonction de communication qui permet de rendre accessible les idées et les pensées de l'orateur ou de l'auteur et de (re-)construire ces pensées auprès de l'audience ou du lecteur. Cette fonction est importante pour l'enseignement des mathématiques et pour la recherche en mathématiques, en raison de la nature abstraite des mathématiques. Le langage ordinaire intervient dans le discours mathématique (informel surtout) et on peut faire l'hypothèse qu'il influence la présentation des idées mathématiques. Les travaux de Ben Kilani en contexte bilingue Français–Arabe (Kilani, 2005), ont montré sur le cas de la négation des effets sur l'apprentissage des mathématiques des différences de fonctionnement de ce connecteur dans les deux langues et en mathématiques, ceci n'étant pas pris en charge par l'institution d'enseignement. D'autres travaux dans le monde anglo-saxon mettent en évidence des effets du bilinguisme sur les apprentissages mathématiques.

Dans le cadre du projet européen Math-Bridge, nous conduisons actuellement une recherche exploratoire sur les possibilités que pourrait offrir cet environnement pour une prise en charge explicite des difficultés linguistiques rencontrées par des étudiants européens étudiant les mathématiques dans une langue autre que leur langue maternelle. Ce projet a en effet pour but de fournir une plate-forme en ligne, appelé Math-Bridge, (Mercat 2009) avec l'intention de s'adresser à un très grand nombre d'étudiants européens en fournissant du contenu mathématique en plusieurs langues, contenu a priori pertinent pour les étudiants en première et deuxième années en formation post-bac ayant des mathématiques dans leurs cursus, dans le but de faciliter la transition secondaire – supérieur. Le contenu est disponible en les langues suivantes : anglais, français, espagnol, allemand, hollandais, finnois et hongrois.

DIFFICULTÉS MATHÉMATIQUES ET LINGUISTIQUES

Grâce à la facilité accrue de circulation en Europe ou même dans le monde, aujourd'hui on trouve des étudiants dans des pays différents de leurs pays d'origine faisant des études mathématiques dans des langues différentes de leurs langues maternelles.
Nous présentons quelques exemples de difficultés typiques qu'ils peuvent rencontrer à part les difficultés habituelles (Barton et al. 2005). Les exemples les plus évidents sont les notations différentes, comme par exemple la virgule décimale et le point décimal utilisé dans les pays anglo-saxons, les notations pour les coefficients binomiaux, les notations « Vect (v,w) » pour l'espace vectoriel engendré par les vecteurs v et w et « span(v,w) » des pays anglo-saxons, etc. Certains mots de vocabulaire ne se correspondent pas comme par exemple « corps » qui ne corresponds pas à « field » en anglais, bien qu'ils désignent la même structure algébrique. Le cas inverse, en quelque sorte, existe aussi ; en considérant les expressions «nombre décimal », « decimal fraction » (anglais) et « Dezimalbrüche » (allemand), qui sont trompeurs : elles désignent des ensembles de nombres différents malgré leur commun tronc « decimal ». Des théorèmes, lemmes, etc. portent des noms différents comme par exemple l'inégalité de Cauchy-Schwarz qui s'appelle en russe l'inégalité de Cauchy-Bunyakovsky. En anglais le théorème des accroissements finis généra-

lisé s'appelle tout simplement « Cauchy's theorem », même s'il existe au moins trois autres théorèmes qui sont appelés également « Cauchy's theorem ».
En particulier l'exemple de l'inégalité de Cauchy-Schwarz semble refléter l'existence des différentes communautés et écoles mathématiques, avec leurs propres personnages, leurs façons de penser et leurs traditions. Un autre exemple pour illustrer des différences entre cultures mathématiques concerne les différentes formes d'une équation de droite. Dans les pays francophones on connaît la forme réduite, la forme cartésienne et la forme paramétrique, mais il n'y a pas de nom particulier pour la forme qu'on appelle « point-slope form » et « two-point form » d'une équation de droite en anglais.

PRÉ-EXPÉRIMENTATION

Math-Bridge prétend d'être un outil « multilingue » (Melis et al. 2009) c'est-à-dire un outil convenant à des étudiants multilingues pour les aider à surmonter des difficultés comme décrit plus haut. Pour pouvoir concevoir une expérimentation significative à ce propos, nous avons décidé de mettre en place une première pré-expérimentation afin d'explorer, dans un premier temps, ce que pourrait apporter l'utilisation de la plate-forme à un étudiant suivant en France des études mathématiques dans une langue autre que sa langue maternelle. Nous sommes au tout début du travail. L'expérimentation en cours concerne une étudiante étrangère étudiant en français. Les thèmes de travail sont en accord avec le cursus en cours. L'étudiante a réalisé trois séances de travail sur Math-Bridge, en autonomie, avec les consignes de changer de langue lorsqu'elle en éprouve le besoin et d'être attentive à ce que cela produit pour son travail. Nous avons fait un entretien à la fin de chaque séance. Nous avons la possibilité de tracer son travail sur la plate-forme. D'autres usages de Math-Bridge sont organisés dans l'enseignement en cours et un travail personnel est réalisé par l'étudiante. Un questionnaire final et un entretien seront réalisés en juin 2011. Si la communication est acceptée, les données seront disponibles pour l'école d'été en août 2011.

RÉFÉRENCES

Barton, B.; Chan, R.; King, C.; Neville-Barton, P.; Sneddon, J. (2005). EAL undergraduates learning mathematics, *in International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, Volume *36*, Number *7*, pp. *721-729*

Ben Kilani, I. (2005) Les effets didactiques des différences de fonctionnement de la négation dans la langue arabe, la langue française et le langage mathématique, Thèse des Universités Lyon 1 et Tunis 1

Math-Bridge, projet financé par eContentplus, ECP-2008-EDU-428046, Coordination : DFKI, Stuhlsatzenhausweg 3, D-66123 Saarbrücken, Allemagne, http://www.math-bridge.org/

Melis, E.; Gougadze, G.; Libbrecht, P.; Ullrich, C. (2009). Culturally Adapted Mathematics Education with ActiveMath, *in Artificial Intelligence and Society, Special Issue on Enculturating HCI,* Volume *24,* pp. *251 - 265*

Mercat C. (2009). Math-Bridge: Remédiation entre lycée et université, *MathémaTICE, n°16*, http://revue.sesamath.net/spip.php?article234

Retour à la liste