



# Travailler en professionnels sur les problèmes de la diffusion scolaire des connaissances mathématiques

TD associé au cours 3 (Yves Chevallard) :  
« L'évolution du paradigme scolaire et le devenir des mathématiques : questions vives et problèmes cruciaux »

**Séance 1 : *Le paradigme de la visite des œuvres comme contrainte***

Gisèle Cirade, Michèle Artaud & Marie-Hélène Lécureux-Tétu

# Un bilan de la séance

- *Ce diaporama propose un bilan de la séance réalisée, accompagné de quelques compléments plus ou moins mis en évidence durant l'école d'été.*
- *Des questions peuvent être posées sur cette séance ; merci de les faire parvenir à Gisèle Cirade, [gisele.cirade@toulouse.iufm.fr](mailto:gisele.cirade@toulouse.iufm.fr), qui les transmettra à l'équipe ayant animé le cours et les TD.*

Lundi 22  
août 2011

# Question Q étudiée

- Q : Qu'est-ce que la profession met à la disposition des professeurs pour concevoir et réaliser une collection d'AER ?
- Quelques remarques
  - *Lors de la séance, nous n'avons pas interrogé la notion de **profession**. Ce terme désigne ici la noosphère du métier et l'un des grands problèmes actuels posés à la didactique est la professionnalisation de cette noosphère (voir le cours d'Yves Chevallard).*

# Question Q étudiée

- *La conception et la réalisation de collections d'AER relèvent des praxéologies professorales – voir ci-contre un extrait du programme du collège (élèves de 11-15 ans).*

## 4.1. Une place centrale pour la résolution de problèmes

La compréhension et l'appropriation des connaissances mathématiques reposent sur l'activité de chaque élève qui doit donc être privilégiée. Pour cela, et lorsque c'est possible, sont choisies des situations créant un problème dont la solution fait intervenir des « outils », c'est-à-dire des techniques ou des notions déjà acquises, afin d'aboutir à la découverte ou à l'assimilation de notions nouvelles. Lorsque celles-ci sont bien maîtrisées, elles fournissent à leur tour de nouveaux « outils », qui permettent un cheminement vers une connaissance meilleure ou différente. Ainsi, les connaissances peuvent prendre du sens pour l'élève à partir des questions qu'il se pose et des problèmes qu'il résout. Les situations choisies doivent :

- prendre en compte les objectifs visés et une analyse préalable des savoirs en jeu, ainsi que les acquis et les conceptions initiales des élèves ;
- permettre un démarrage possible pour tous les élèves, donc ne reposer que sur des consignes simples et n'exiger, au départ, que des connaissances solidement acquises par tous ;
- créer rapidement un problème assez riche pour provoquer des conjectures ;
- rendre possible la mise en jeu, puis la formulation des notions ou des procédures dont l'apprentissage est visé ;
- fournir aux élèves, aussi souvent que possible, des occasions de contrôle de leurs résultats, tout en favorisant un nouvel enrichissement ; on y parvient, par exemple, en prévoyant divers cheminements qui permettent de fructueuses comparaisons.

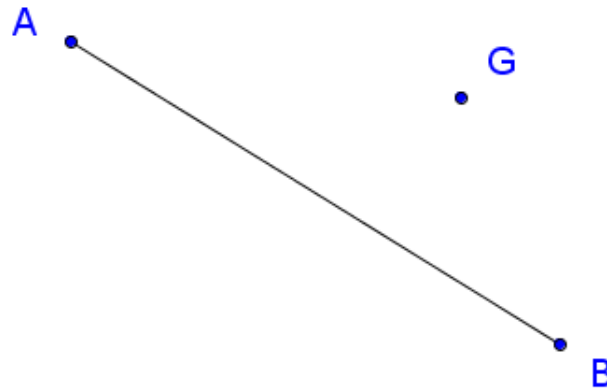
# Question Q étudiée : clarification

## **AER (activité d'étude et de recherche)**

- Une AER est un dispositif structurel permettant de faire émerger dans la classe une certaine organisation praxéologique (l'enjeu de l'étude), en faisant surgir une tâche problématique et en mettant en évidence des raisons d'être de certaines entités praxéologiques.
- D'un point de vue fonctionnel, ce dispositif permet de réaliser les trois premiers moments de l'étude relativement à l'organisation praxéologique enjeu de l'étude.

# Question Q étudiée : clarification

- *Exemple : un support d'AER en classe de 4<sup>e</sup> (élèves de 12-13 ans).*
  - *D'un triangle ABC, il ne reste plus que le côté [AB] et le centre de gravité G. Construire le point C.*



# Question Q étudiée : clarification

- *Il s'agit d'un type de tâches  $T$  problématique pour la classe.*
- *Le professeur va diriger l'étude pour faire émerger une technique  $\tau$ ...*
  - *$\tau$  : construire le milieu  $I$  de  $[AB]$  ; construire la demi-droite  $[IG)$  ; construire le point  $C$  de cette demi-droite tel que  $GC = 2 IG$ .*
- ... et une technologie  $\theta$  venant justifier cette technique.*
- *L'élément technologique clé ( $GC = 2 GI$ ) n'est pas connu à l'avance par les élèves ; il apparaîtra comme une propriété « bienvenue » qui, si elle était vérifiée, permettrait de justifier la technique  $\tau$ .*
- *Les élèves doivent avoir un topos étendu.*

# Question Q étudiée : clarification

*Dans une telle situation, on trouve :*

- *l'étude d'un type de tâches (construire un point défini par certaines conditions géométriques) ;*
- *l'émergence d'un élément technologique ( $GC = 2$   $GI$ ) et la mise en évidence d'une de ses raisons d'être ;*
- *un geste technique enjeu de l'étude : pour construire un point, on cherche une demi-droite contenant ce point et la distance de ce point à l'origine de la demi-droite.*



# Question Q étudiée : clarification

## **Collection d'AER**

- *Un ensemble articulé d'AER permettant de faire émerger l'ensemble de l'organisation mathématique considérée par l'étude de grands types de tâches.*
- *L'étude de différents problèmes portant sur des systèmes assez proches.*
- *Une exploration suffisante des types de tâches en travaillant plusieurs spécimens de même type.*

Lundi 22  
août 2011

# Comment étudier $Q$ ?

- Pédagogie de l'enquête
  - Un système didactique  $S(X ; Y ; Q)$ 
    - $X$  = le collectif des étudiants
      - Ici :  $X$  = les participants du TD
    - $Y$  = le collectif des directeurs d'étude
      - Ici :  $Y$  = les animatrices du TD
    - $Q$  = la question à étudier
      - Ici :  $Q$  = « Qu'est-ce que la profession met à la disposition des professeurs pour concevoir et réaliser une collection d'AER ? »

Lundi 22  
août 2011

# Comment étudier Q ?

- Le schéma herbartien

$$[S(X ; Y ; Q) \leadsto M] \hookrightarrow R^\heartsuit$$

- Le système didactique construit le milieu  $M$ .
- Un milieu évolutif, qui offrira prise à la *dialectique des médias et des milieux*.
- $R^\heartsuit$  = la réponse élaborée par la classe  $[X ; Y]$ .

- $M$  = milieu pour l'étude, milieu didactique

$$M = \{R_1^\diamond, R_2^\diamond, \dots, R_n^\diamond, O_{n+1}, \dots, O_m\}$$

- $R^\diamond$  (lire « R poinçon ») : des réponses trouvées dans la littérature, dans la culture professionnelle.
- $O$  : des œuvres censées être utiles ou indispensables dans l'étude de  $Q$ .

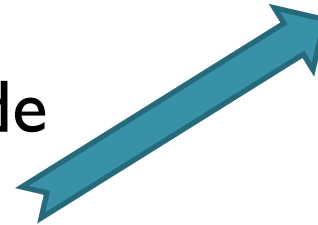
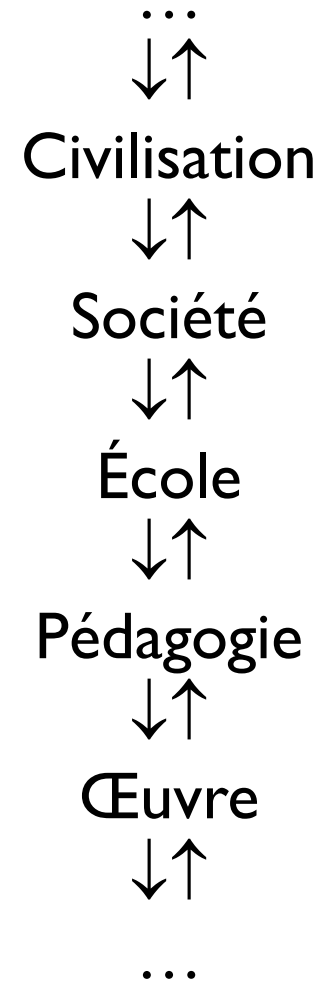
# Comment étudier Q ?

- Problématique écologique
  - Qu'est-ce qui existe et qu'est-ce qui n'existe pas ? Qu'est-ce qui devrait exister ? Qu'est-ce qui pourrait exister ?
  - Quelles sont les conditions qui favorisent, permettent ou au contraire gênent, empêchent l'existence de tel objet ?

Lundi 22  
août 2011

# Comment étudier Q ?

- Reconnaissance des conditions et contraintes jouant un rôle spécifique dans la diffusion des praxéologies constitutives de l'œuvre considérée.
- Échelle des niveaux de codétermination didactique.



# Questions $q^\#$ et $q^f$ étudiées

- Qu'est-ce que la profession met à la disposition des professeurs pour concevoir et réaliser une collection d'AER...
  - a) ... autour du parallélogramme en classe de 5<sup>e</sup> (élèves de 12-13 ans) ?
  - b) ... autour de la notion de fonction en classe de 3<sup>e</sup> (élèves de 14-15 ans) ?
- Recherche sur Internet et sur quelques manuels.
- Travail en petites équipes de 4 ou 5 participants.

# $q^\#$ (parallélogramme en classe de 5<sup>e</sup>)

- Éléments d'analyse de réponses  $R^\diamond$  proposés par les équipes et les animatrices
  - Les activités sont très dirigées.
  - La solution est souvent donnée à l'avance (parfois dans le titre).
  - Il est possible de choisir des problèmes de fin de chapitre pour concevoir des AER.
  - Les activités portent majoritairement sur les propriétés du parallélogramme.
  - Majoritairement, les activités proposent l'introduction immotivée du bloc technologico-théorique.
  - Sauf exception notable, les activités ne proposent pas d'étudier une tâche problématique.
  - Presque exclusivement, les seuls types de tâches étudiés sont les suivants : « Construire un parallélogramme défini par certaines conditions géométriques » et « Déterminer si un quadrilatère vérifiant certaines conditions géométriques est un parallélogramme ».

# $q^f$ (notion de fonction en classe de 3<sup>e</sup>)

- Éléments d'analyse de réponses  $R^\diamond$  proposés par les équipes et les animatrices
  - On trouve des situations où une grandeur dépend d'une autre grandeur, mais la dépendance n'est pas questionnée.
  - Certaines situations pourraient servir de base à une AER, mais il faudrait modifier l'énoncé.
  - On trouve des situations où il s'agit d'optimiser une grandeur.
  - On est plutôt dans la monstration : des fonctions « prêtes à porter » afin de faire émerger les connaissances du programme.
  - Pour un professeur qui a la volonté de problématiser la notion de fonction, il est difficile de trouver un support dans les manuels.
  - Dans les manuels, c'est souvent les autres disciplines qui sont porteuses d'une première confrontation avec la notion.
  - On trouve souvent la non-explicitation du passage du discret au continu.

Lundi 22  
août 2011

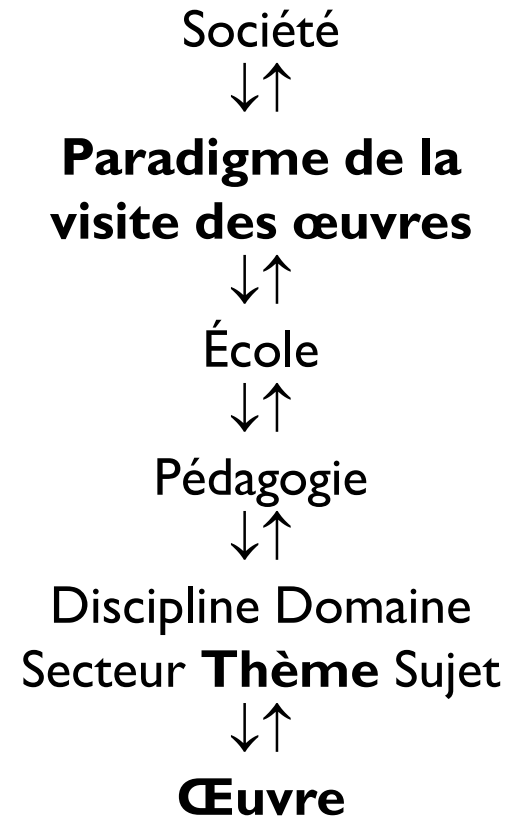


# $q^f$ (notion de fonction en classe de 3<sup>e</sup>)

- Absence de liens entre les registres sémiotiques.
- On trouve souvent des instructions assez fermées.
- À la fin d'un manuel, on trouve une rubrique « À quoi ça sert ? » où l'on pourrait trouver des idées pour constituer une AER, mais le travail à faire reste à la charge de l'enseignant.
- Un site propose « une sélection d'activités [...] couvrant le chapitre "Introduction aux fonctions en 3<sup>ème</sup> [sic]" ». On y trouve une situation proposant d'étudier un problème d'optimisation, qui pourrait a priori servir de support pour une AER. Mais, le traitement qui en est proposé est très découpé et la modélisation fonctionnelle proposée n'est pas nécessaire pour étudier le problème. Par ailleurs, le site propose de faire suivre directement le travail par une « synthèse en classe » pour « mettre en place le vocabulaire et les notations ». On notera que cette situation aurait pu permettre de réaliser le début de l'exploration d'un type de tâches, ce qui n'est pas le cas sur le site considéré.

# Conditions et contraintes

- L'étude est réalisée au niveau du *thème* (*Parallélogramme* ou *Notion de fonction*) ; elle est essentiellement centrée sur la technologie (composant emblématique du thème).
- Le thème n'est pas vu comme étant plongé dans le secteur (*Figures planes* ou *Fonctions*).
- L'étude de problèmes vient *après* l'établissement des propriétés du parallélogramme ou la présentation du « vocabulaire » des fonctions (même si cela se concrétise de façon différente : les tâches problématiques parfois présentes dans le cas des fonctions ne sont pas exploitées). Cela relève de l'habitus rétrocognitif (voir le cours d'Yves Chevallard).
- Le topos de l'élève est des plus réduits.



# Moments de l'étude

1. Le moment de **l'identification** d'un type de tâches  $T \ni t$  et de la **première rencontre** avec  $T$ .
2. Le moment de **l'exploration** (plus ou moins poussée) du type de tâches  $T$  et de **l'émergence** de la technique  $\tau$ .
3. Le moment **technologico-théorique**, qui voit la création du bloc  $[\theta / \Theta]$ .
4. Le moment du **travail** de l'organisation praxéologique  $[T / \tau / \theta / \Theta]$  ainsi ébauchée, et en particulier du travail de la technique, où l'on fait travailler les éléments de l'organisation élaborée pour s'assurer qu'ils « résistent » (et, le cas échéant, pour les améliorer), et où, en même temps, on travaille sa maîtrise de l'organisation considérée, et en particulier de la technique  $\tau$ .
5. Le moment de **l'institutionnalisation**, où l'on met en forme l'organisation praxéologique  $[T / \tau / \theta / \Theta]$ , en précisant chacun de ses composants, et en l'amalgamant le cas échéant à un complexe praxéologique existant.
6. Le moment de **l'évaluation**, où l'on évalue sa maîtrise de l'organisation praxéologique créée, mais aussi où l'on évalue cette organisation praxéologique elle-même.

Lundi 22  
août 2011